

股票期权估价模型及检验

徐永林

摘要: 股票期权的定价是一个十分复杂的问题,现有的模型因建立方法及假设前提不同在应用中各有千秋。本文介绍较为流行的4种可用于认股权估价的模型,并给出对它们的经验检验结果。

关键词: 股票期权;谢尔顿模型;卡索夫模型;布-斯模型;诺伦-沃夫森模型

中图分类号: F 275.4 **文献标识码:** A **文章编号:** 1006-1894(2001)02-0056-04

一、股票期权估价模型

实践中运用的股票期权估价模型依据它们形成的方法可以分为两类:计量经济模型和理论模型。

计量经济模型有时又称经验模型,是对有关经济变量的历史关系进行回归分析,进而对一个经济变量的期望值作统计上估计的函数式。股票期权的估价的计量经济模型是通过研究市场上可观察的影响期权价值的因素和期权的实际市场价的历史关系得出的。用观察到的历史关系来预测期权的现时市场价,只需将有关独立变量的现时数值代入模型即可,它隐含的假设是这些变量和期权价值的关系在一定程度上维持不变。下面介绍的谢尔顿模型和卡索夫模型就是目前使用最广泛的期权估价计量经济模型。

理论模型有时又称统计模型或概率模型,它在几个方面和计量经济模型存在区别。最重要的是,计量经济模型揭示的是历史关系,因而不产生理论价值。而理论模型揭示的是未来,它试图确定某一期权在给定期权条件及相关证券的主要特点下在市场上应该是什么价格。股票期权理论定价模型通常有一系列假设前提,在有关股票和期权的性质及市场表现的假设上,大致和资本资产定价模型的假设相似。其中一个关键的假设是相关股票其未来价格的变动准确地符合某种概率分布,其他的假设在具体介绍模型时说明。已知这些假设条件及有关变量的数据,就能运用模型计算出期权的理论价值,即期权在市场上应出售的价格。布莱克-斯科尔斯模型和诺伦-沃夫森模型是这种理论模型的代表。

1. 谢尔顿模型 约翰-谢尔顿提出了一个可对几乎任何有效期的认股权价值进行估价的计量经济模型。谢尔顿认为,对一个认股权证而言有最高价值和最低价值。认股权证的最低价值应是其内在价值,它不可能小于零,因权证持有者没有任何义务。如果认股权证的价格低于其内在价值,投资者将购买认股权证并以低于市场价购买股票,这样将使期权的价格回到它的内在价值。如果股票的价格4倍于执行价或更高,则认股权证很少以高于其内在价值

成交。谢尔顿用经验证据支持这一推论,所有他列举的 157 种认股权证,当股票价格达到权证执行价的 4 倍时,权证的价格非常接近于它们的内在价值。因此谢尔顿认为认股权证的最大价值是其股票价格的 3/4,在这一点上权证的时间价值以及期权的杠杆作用完全消失,认股权证仅以其内在价值的价格出售。

在由最大价值线和最低价值线构成的区域内,谢尔顿通过回归分析得出长期认股权证的近似价格公式:

长期认股权证的价格 = 认股权证最低价值 + 调整因子 × (权证最大价值 - 权证最小价值)

调整因子 = $\sqrt[4]{\frac{M}{72}}(0.47 - 4.25 \times \frac{D}{P} + 0.17L)$ 其中 M = 权证距到期日的月数, D = 每年支付的红利, P = 现时股价, $L = 1$ (如权证在交易所交易) 或 $L = 0$ (如权证为 OTC 市场交易)。

这个模型对距到期日期限较长的认股权证往往估值较高,但对交易所交易的认股权证,如股票派发较高红利则估值较低。谢尔顿模型最大的优点是简单易用,其不足之处是没有考虑股票价格的历史波动。

2. 卡索夫模型 该模型的公式为:

$V_e = S[\sqrt{(\frac{P}{S})^z} + 1 - 1]$ 其中 $z = k_1 + k_2/t + k_3R + k_4d + k_5E_1 + k_6E_2 + k_7x + k_8S + \epsilon$, V_e = 认股权期望价格, S 为执行价格, P 为有关股票的价格, $K_1 \cdots K_8$ 为多元回归分析中的相关系数, t 为认股权距到期日月数, R 为普通股的红利收益, d 为发行的认股权证数除以发行在外股票数(即潜在的稀释比例), E_1 为和普通股前 11 个月每月平均价的对数吻合的最小二乘线的斜率, E_2 为普通股前 11 个月每月平均价自然对数的标准方差, $x = p/s$, ϵ 为随机项。

卡索夫模型比谢尔顿模型考虑更多的变量,尤其在回归分析中包括了较多的因素。作为一个计量经济模型,该模型假设回归相关系数所表示的过去的关系将在当前延续,遗憾的是这个假设很难被证实,然而卡索夫模型能让使用者不断刷新使用的数据,而且回归分析能让使用者去除在相关期内看来对认股权证价值没有影响的变量。卡索夫模型的缺点是使用模型的成本较高,因为必须定期刷新数据以保证用于计算 z 数值的变量和相关系数反映最近的市场关系。

3. 布莱克 - 斯科尔斯模型 该模型是当今最为著名、使用最为广泛的可售期权理论估价模型。这个模型的基本假设是通过设定一个拥有股票以及出售一个股票买权的组合能完全抵消风险,相关股票价格的任何变动都会由期权价值的反向变化而抵消,从而对投资者而言没有任何风险,由于这个保值组合是没有风险的,因此其收益率应是无风险收益率。如果它获得的不是无风险收益率,则期权的定价是错误的,期权必须重新定价,直至保值组合实现无风险收益率为止。布莱克和斯科尔斯指出,当期权定价完全正确时,则会产生完美的保值组合。布 - 斯模型隐含的假设如下: (1) 短期利率已知并在期权有效期内不变; (2) 股票价格连续地随机变动,变化率和股价的平方成一定比例; (3) 在任何有限期末,股票的价格呈对数正态分布; (4) 股票收益率的变化是连续的; (5) 股票不支付红利,也不做其他形式的分配; (6) 期权只在到期日执行(欧式期权); (7) 股票或期权的买卖毋需佣金或其他交易成本; (8) 可以以短期利率借取相当于某一证券价格任何部分的钱用于购买该证券,或可持有任意部分数量的该证券; (9) 可以卖空某证券(卖方并不实际拥有该证券),卖空者只须接受买方提出的证券价格,并同意在未来某日通过买方向其支付相当于那日价格的货币而与买

方进行结算。在卖空期内卖空者可利用卖空收入或从中收取利息;(10)如存在税收,那它对所有交易和所有市场参加者都相同。

布-斯模型的公式如下:

买权价值 = $S \times N(d_1) - E_e^{-rt} \times N(d_2)$ 其中 S 为股票价格, E 为执行价格, $N()$ 指在 $()$ 点上的累计正态分布值。

$$d_1 = [\ln(S/E) + (r + 0.5\sigma^2)t] / \sigma\sqrt{t} \quad d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{t}$$

$\ln$ 为自然对数, r 为短期无风险利率(连续复利), t 为有效期年数, e 为自然对数底, σ 为股票年收益率的标准方差(又称波动性)。

布-斯模型很精致,但其假设前提直观上不令人满意,且过多的假设条件降低了其实用性。布-斯模型的问题是,第一是用于评估欧式期权,即只在到期日执行的期权,而这类期权目前在美国没有。第二,该模型假设股票不支付红利,这在现实中不多见,尽管模型使用者可在股票派发红利时通过利率来调整,但红利的支付是不连续的,而模型中的利率是连续利率。此外为保证组合的完全保值,必须经常对组合进行调整,由此导致交易成本上升,因而降低了模型在期权估值方面的理论价值。第三,模型假设存在一个单一的无风险利率,并在期权有效期内保持不变,但经济生活中利率的波动使人们难以接受这个假设。最后模型假设投资者可以以无风险利率自由借或贷,则事实上借款利率总是高于贷出利率。即使所有这些问题能够被克服,所有的假设都能被接受,但当使用者运用这个模型评估非上市公司的股票期权时将面临一个十分实际的问题:这就是公式中波动性的衡量。这个波动因素是以往股票价格变动反映出来的股票收益变动的函数,当用于评估上市公司的股票期权时,只需记录股票的历史价格,然后确定股价比(本期价格除以上一期价格)的自然对数的标准方差。然而非上市公司的历史股价很难获得,评估者也许能获得五至六个以往股票的估计值,但这不足以确定其股价的真实波动性。实践中有人建议寻找一家和非上市公司十分接近的相类似的上市公司,用其股价作为近似值来计算波动因素,但使用时必须认真分析替代公司的风险是否和被研究的非上市公司接近。

4. 诺伦-沃夫森模型 1981年,诺伦和沃夫森运用布-斯模型对经理股票期权进行评估。诺伦和沃夫森认为,在有关公司的财务报表中对经理股票期权的会计处理大大低估了其真实价值。一般公认的会计方法是有关经理股票期权的费用作为零来处理,因此他们试图评估这些公认的会计方法所导致的错误的程度。

诺伦和沃夫森运用修正布-斯模型来对经理股票期权进行评估,因为他们认为公开交易的股票认股权证在许多方面类似于经理股票期权,其中最重要的两点是,两者的有效期均按年计而非按月计,并且两者的执行都会导致公司增发新股。然而也须注意两者有不同的地方。首先认股权证通常在无价情况下发行,而经理股票期权通常是平价发行。其次经理股票期权一般不可转让,且只有在经理被公司雇佣期间执行。所有其他方面均一致。相对于公开交易的认股权证而言,这些限制降低了经理股票期权的价值。

诺伦-沃夫森修正模型的假设前提基本和布-斯模型一致,有两点不同要注意:第一,诺伦-沃夫森模型允许股票支付红利并假设是连续支付的。第二,该模型考虑了期权到期执行带来的稀释效应。模型中变量的规定和布-斯模型也基本一致,只有一点不同,公式如下:

$$P_w = N/(N+n)[Se^{-dt} \times N(d_1) - Ee^{-rt} \times N(d_2)] \text{ 其中: } N = \text{发行在外普通股数, } n = \text{如行使}$$

认股权导致的新股增发数, $d = \text{连续红利收益率}$, $d_1 = [\ln(S/E) + (r - d + 0.5\sigma^2)t] / \sigma\sqrt{t}$,

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{t}$$

诺伦-沃夫森模型也存在一些与布-斯模型相同的问题,它也没有考虑股价的历史波动性。但因考虑了红利支付以及期权执行的稀释效应,因此相比布-斯模型有它自身的优点。

二、期权估价模型的检验

有学者曾对上述模型有效性进行检验,他们通过比较模型估价和公开市场上认股权实际价格的比较来确定。因考虑到各个模型假设前提的复杂性,只能对谢尔顿模型、卡索夫模型及诺伦-沃夫森修正模型进行检验。不可否认,认股权的选择标准会对不同估价模型的估值准确性产生不同的影响。

1. 谢尔顿模型检验结果 在谢尔顿模型中有一个变量 L ,依模型规定,如认股权是在美国证交所交易的话,其取值为 1,如认股权为柜台交易则取值为 0。然而在今天柜台市场也能提供较好的流动性,股票和认股权并不因为其是柜台交易而非交易所交易而在价值上有所损失(但在 60 年代谢尔顿模型提出时却是如此)。对此在检验谢尔顿模型时采用考虑认股权是否在交易所交易和不考虑认股权是否在交易所交易两种方法来检验其估值的准确性。

检测的结果表明,在运用谢尔顿模型时,不考虑是否在交易所挂牌交易这个因素(也就是 L 为 0)所得出的估价结果比考虑是否在交易所挂牌交易这个因素得出的估值结果更显著地接近于市场的实际价格。

2. 卡索夫模型检验结果 在运用公开交易的认股权来检验卡索夫模型时,首先必须搜集认股权的有关历史数据来确定卡索夫模型所要求的相关回归变量,然后再运用这些变量计算回归关系中的相关系数以及每一个样本认股权“ z ”的恰当值,这个过程需要相当复杂的数学计算,一旦这些计算完成,具体的估值工作就是求解卡索夫公式中的 V_c 值了。

卡索夫模型的估值结果与认股权实际市场价格的关系是三个估价模型中最接近的。卡索夫模型对样本认股权估值的平均比率为 0.965,仅仅低估了 3.5%,这个数字和谢尔顿模型相同,但其标准方差比谢尔顿模型低,更重要的是卡索夫模型的变异系数比谢尔顿模型和诺伦-沃夫森模型都要低。

3. 诺伦-沃夫森模型检验结果 作为布-斯模型的修正模型,诺伦-沃夫森模型的估值结果比认股权的实际市场价低估了 9 个百分点,相比而言谢尔顿模型和卡索夫模型对同样认股权的估值只比市场价低估平均 3 个百分点。

综合检验结果可以得出结论,诺伦-沃夫森模型对认股权市场价的估值不如谢尔顿模型和卡索夫模型精确,在估值的精度上以及预测值和实际价格偏离程度上,卡索夫模型都是最好的。但卡索夫模型在使用上较为困难,需先估测股票价格的波动性,再计算回归关系中的相关系数。因此可以说谢尔顿模型是一个容易使用且相对精确的认股权估价模型,尤其对于非上市公司的认股权估价,因很少有或根本没有这些公司股票价格的历史数据,谢尔顿模型能提供相对合理的估值结果,而卡索夫模型和诺伦-沃夫森模型则都考虑了价格波动性这一因素。但如评估者认为有必要进行更严格的计算并已知模型所包含的假设前提时,复杂的卡索夫模型和诺伦-沃夫森模型仍是有用的。

(作者单位:上海对外贸易学院)