

随机预定需求下的客房分配:酒店收益管理博弈

宋敬普¹ Mahmut Parlar²

(1. 上海对外贸易学院, 上海 201620;

2. 麦克马斯特大学商学院, 加拿大安大略省汉密尔顿市)

摘要: 本文研究具有两个不同消费级别的两家酒店在完全信息条件下收益管理的单期静态博弈。讨论了酒店分别在竞争与合作两种情况下, 对于低价房间预留数目的设定策略。在竞争情况下, 证明了纳什均衡唯一解的存在性。在合作情况下, 分析了两酒店的节省成本及目标函数的凹性。在合作情况下, 提出了使两酒店总收益大幅度提高的条件。最后, 用一些算例(假设客房预定需求变量服从截断正态分布)分析了在每种情况下的酒店最优管理方案。

关键词: 酒店收益管理; 博弈论; 纳什均衡; 合作博弈

中图分类号: F722.2 **文献标识码:** A **文章编号:** 1006-1894(2012)03-0069-12

应对客房控制问题, 酒店普遍采取的策略是将市场进行细分, 根据不同类型的房间(如: 套房, 商务房, 标准房)收取不同的价格。各细分市场预定客房限制(如: 储备房间数量)是酒店面对的重要决定。

互联网技术的最新发展使潜在的客户可以通过互联网获取每一个酒店的房价信息。这意味着, 如果一个客户被一家酒店拒绝, 他可以很容易地联系到另一家酒店并预订房间。因此, 从竞争的角度考虑, 酒店管理层应决定一个重要的问题: 由于其他竞争者在某天分配的低价房和高价房的决定会影响酒店一天的收入, 酒店如何确定低价房和高价房的比例来实现收益最大化? 在那些连锁经营两个或更多酒店的情况下, 如果酒店决定合作, 在什么条件下可以使系统总收入得到大幅改进? 所以, 本文研究的

主要内容为: 在可替代的低价房和高价房假设下酒店之间的竞争与合作问题。

近年来, 酒店收益管理问题已经引起了运筹学/管理学方面研究人员的注意。Bitran 和 Mondschein (1995) 制订了一个有关房间分配问题的随机动态规划模型。Weatherford (1998) 制订了一个有关房间分配问题的随机动态规划模型。Bitran 和 Gilbert (1996) 提供了3个简单的、在预定期间使用的预定控制政策。Baker 和 Collier (1999) 比较了3个预订控制政策的情形: (1) 两个简单的入门方法, (2) Weatherford (1998) 的超额预定 NDSP 方法和 (3) 基于 Williamson (2004) 研究的议价方法。酒店业和其他行业关于收益管理的文献综述, 可以参考 McGill 和 Van Ryzin (1999) 的文章。

收稿日期: 2012-04-10。

作者简介: 宋敬普, 男, 上海对外贸易学院国际经贸学院讲师, 研究方向: 物流与供应链管理、收益管理、博弈论; Mahmut Parlar, 男, 麦克马斯特大学商学院 (School of Business of McMaster University) 教授, 研究方向: 物流与供应链管理、收益管理、博弈论。

上述所有研究都假设酒店是一个独立存在的实体,但在现实中,一家酒店的房间分配决策会影响到其他酒店房间的预定要求,尤其是当酒店经营“可替代房”时。在这种情况下,酒店在进行一种(竞争性)博弈。据我们所知,到目前为止还没有相关文献用博弈论方法来处理房间的“库存”控制问题。然而,已有相关研究使用博弈论来解决供应链的竞争问题,例如:Parlar(1988)在报童问题中建立了可替代商品库存问题模型。此模型研究零售商不是只受他自身决定变量的影响,同时也受到竞争对手决定的影响。Lippman 和 McCardle (1997) 建立了一个模型,提出了需求可被分配到使用预先确定分裂规则的竞争者。这些研究确认了唯一纳什均衡解的存在性。收益管理博弈和报童博弈之间的本质区别在于总容量的相对固定及价格的变化。前者在规定容量下,对相同产品(即飞机座位、旅馆房间)提供不同的价格,这是后者很少考虑的。

Netessine 和 Shumsky (2005) 提出了一个旅行客机座位的库存控制问题,其中,两家航空公司在同一航段争夺乘客。他们的模型却不总是产生一个纯纳什均衡策略。他们认为该航空公司的需求依赖于订票限额,这使得问题变得比任何报童博弈文献提出的问题更复杂。此外,他们的模型假定:被一家航空公司拒绝的乘

客不转移到另一家航空公司。笔者放宽了这一假设,允许被拒绝的客户转移到竞争对手的公司去预定房间。最近, Li et al. (2008) 研究飞机座位分配问题的非静态嵌套博弈。他们提出了确保纳什均衡存在的必要条件,并说明两家航空公司在囚徒困境下的竞争情况。最后,他们提出市场需求应被两成员(航空公司)共同分割以获得最大的预期收益。

笔者研究了两个竞争者及两个消费等级的房间库存控制问题。假设每家酒店在特定时间内预定需求是随机且独立的。这里请注意,我们的模型不同于 Li et al. (2008), 我们研究的是公司水平和消费等级水平一样的竞争者(酒店)对预定需求时的决策。假设每家酒店有预定需求、成本及所有与两家酒店房间相关的信息。为了使预期(目标)总利润最大化,每家酒店都应尽量以更高的价格销售更低档次的房间。如果任何类型的客户被一家酒店拒绝,这些客户中的一小部分将会尝试预定其他酒店的房间。我们把这样类型的客户定义为转移客户。由于这些转移客户的存在,一家酒店的目标函数都将引入其竞争对手的决策变量。

由于两家酒店的预定限额会影响他们各自的目标,所以,酒店收益管理问题应该用博弈论进行数学建模。本文把转移客户的拒绝成本也纳入其中,这在其他文献中很少被考虑。

一、博弈模型

在提出两家酒店的目标函数之前,我们首先总结一下本文所使用的基本假设。经营替代房间的两家酒店被假设为两个竞争者,定义为 $P_i, i = 1, 2$, 两个消费等级 L : 低档及 H : 高档。不同消费等级的预定请求被假设为具有独立概率分布的随机变量。如果一家酒店有多余的房间,则这些多余的房间根据转移率,其部分或全部房间可安排另一家酒店的转移客户入住。为了简化模型,我们进一步假设:既不存在预定了房间但不来住的客户(no-show),也不存在预定取消的客户(cancellation);最后,我们假设被拒

绝的低消费等级的客户不会转向高消费等级;同时,对每个消费等级的客户拒绝成本都是一样的。我们用按字母顺序的表 1 来说明各符号的含义。

由于酒店的客房总数是固定的,所以两个消费等级的预定限额是互为补充的。也就是说,两个消费等级的预定限额总和为酒店的客房总数。所以,我们选择其中一个等级的预定限额作为变量,另一个等级的预定限额用客房总量和这一变量来表示。我们用低消费等级的预定限额作为决策变量,而高消费等级的预定

表1 文中数学符号的含义.

符号	说明
b_{iK}	Pi 对 K 档消费等级的客户设定的预定限额 (决策变量)
b_i	$V_i = 0$ 对 b_{iL} 的一阶导数
C_i	Pi 的客房总数
J_e	两个竞争者合作下的联合预期总利润: $J_e = J_{e1} + J_{e2}$
J_{ei}	合作条件下, Pi ($i = 1, 2$) 的预期利润
ΔJ_i^*	Pi 的利润变化百分比 (合作 vs. 纳什)
ΔJ_e^*	两个竞争者联合利润变化百分比 (合作 vs 纳什)
$\Pi_i(b_{iL}, b_{2L})$	Pi 的随机利润, 并记 $J_i = E(\Pi_i)$
q_{iK}	对 Pi 而言, 每个 K 消费等级客户被拒绝的惩罚成本
r_{iK}	Pi 的 K 消费等级客户每晚的住宿费
S_{iK}	客户溢出的可能性 (如: 预定请求被拒绝的情形)
u_{iK}	Pi 拒绝的 K 消费等级预定请求的客户转移到其他酒店的比率
V_i	J_i 对 b_{iL} 的一阶导数
X_{iK}	Pi 的 K 消费等级客户的随机预订请求的数量。概率密度函数 (p. d. f.) 为 $f_{iK}(x_{iK})$, 累计分布函数 (c. d. f.) 为 $F_{iK}(x_{iK}) = \int_0^{x_{iK}} f_{iK}(t_{iK}) dt_{iK}$ 及 c. d. f. 的补 $\bar{F}_{iK}(x_{iK}) = 1 - F_{iK}(x_{iK})$.

限额可表示为 $b_{iH} = C_i - b_{iL}$ 。由于转移客户的存在, 每个竞争者的收益函数不仅取决于其本身的客房预定限额, 还取决于其对手的客房预定限额。因此, 博弈论被用于分析两个竞争者的最优客房预定需求。

(一) 目标函数

我们定义 J_{iK} 为 Pi 的 K 消费等级客户的预期利润, 其中 $i = 1, 2$, $K = H, L$ 。现在, 我们开始分析 P1 低消费等级用户带来的预期利润。对于任意给定的 b_{iL} 和 b_{2L} , 发生在 P1 和 P2 之间的转移有 4 种不同的情况。所以, P1 利润函数 π_{1L} 表达如下:

$$(1) \quad x_{1L} \leq b_{1L}, x_{2L} \leq b_{2L}.$$

$$\pi_{1L}^1 = r_{1L} x_{1L}. \quad (1)$$

$$(2) \quad x_{1L} \leq b_{1L}, x_{2L} \geq b_{2L}:$$

$$\pi_{1L}^2 = r_{1L} x_{1L} + r_{1L} \min[u_{2L}(x_{2L} - b_{2L}), b_{1L} - x_{1L}] - q_{1L} \max[0, u_{2L}(x_{2L} - b_{2L}) - (b_{1L} - x_{1L})]. \quad (2)$$

在这种情况下, P1 有多余的房间, 而 P2 房间短缺, 所以, P1 将会接受来自 P2 的所有转移客户, 直到他的 (即, P1) 预定限额已满。式 (2) 中的第二项和第三项分别代表来自 P2 转移客户的利润和惩罚成本。

$$(3) \quad x_{1L} \geq b_{1L}, x_{2L} \leq b_{2L}.$$

$$\pi_{1L}^3 = r_{1L} b_{1L} - q_{1L}(x_{1L} - b_{1L}). \quad (3)$$

这里, 从 P2 到 P1 没有转移客户, P1 的低消费等级的预定通道已关闭。所以, P1 的超额预定请求为 $x_{1L} - b_{1L}$, 对于每个被拒绝的客户, 酒店接受 q_{1L} 的处罚。

$$(4) \quad x_{1L} \geq b_{1L}, x_{2L} \geq b_{2L}.$$

$$\pi_{1L}^4 = r_{1L} b_{1L} - q_{1L}(x_{1L} - b_{1L}) - u_{2L} q_{1L}(x_{2L} - b_{2L}). \quad (4)$$

由于两个酒店的低消费等级的预定通道都已关闭, 所有 P1 的低消费等级客户及 P2 向 P1 转移的客户都将被拒绝, 拒绝成本分别为 $q_{1L}(x_{1L} - b_{1L})$ 和 $u_{2L} q_{1L}(x_{2L} - b_{2L})$ 。

来自 P1 低消费等级客户的预期收益, 可通过以上 4 个表达式得出。使用以上讨论相类似

的方法,我们也可以得出 P1 高消费等级客户的预期收益。所以, P1 的预期总利润可表示为 $J_1 = J_{1L} + J_{1H}$ 。类似地,我们可以得出 P2 的目标利润函数 J_2 。简化后, $P_i, i=1,2$ 的总预期利润可表示如下:

$$\begin{aligned}
 J_i = & \sum_{K=L,H} \left\{ \int_0^{b_{iK}} r_{iK} x_{iK} F_{jK}(b_{jK}) f_{iK} dx_{iK} \right. \\
 & + \int_{b_{jK}}^{B_{jK}} \int_0^{b_{iK}} r_{iK} (x_{iK} + b_{iK} - M_{iK}) f_{iK} f_{jK} dx_{iK} dx_{jK} \\
 & + \int_{b_{jK}}^{B_{jK}} \int_{b_{iK}}^{\infty} [r_{iK} b_{iK} + q_{iK} (x_{iK} - M_{iK})] f_{iK} f_{jK} dx_{iK} dx_{jK} \\
 & + \int_{B_{jK}}^{\infty} \int_0^{\infty} [r_{iK} b_{iK} + q_{iK} (x_{iK} - M_{iK})] f_{iK} f_{jK} dx_{iK} dx_{jK} \\
 & \left. + \int_{b_{iK}}^{\infty} [r_{iK} b_{iK} - q_{iK} (x_{iK} - b_{iK})] F_{jK}(b_{jK}) f_{iK} dx_{iK} \right\} \quad (5)
 \end{aligned}$$

其中, $b_{iH} = C_i - b_{iL}$, $M_{iK} = b_{iK} - u_{jK} (x_{jK} - b_{jK})$ 和 $B_{jK} = b_{jK} + (b_{iK} - x_{iK})/u_{jK}$, 且 $i, j=1,2$ 且 $i \neq j$ 。

由于模型的“非嵌套”性,我们划分预定限额不免发生这样的情况:客房通过一个消费等级不能获得,但能通过另一消费等级获得。但我们注意到,采用嵌套预定限制使得问题更难解决。这不仅是因为 J_{1L} 和 J_{1H} 的非对称性,即 x_{1L} 不超过 b_{1L} 和 x_{1H} 不超过 $C_1 - \min(x_{1L}, b_{1L})$; 同时,更多更加复杂的情况需要考虑。然而,笔者推测我们的模型是对嵌套性模型的有效估计,条件是那些“不愉快的事件”(如: $\Pr(x_{1L} < b_{1L})$ (没有转移客户)和 $x_{1H} > b_{1H}$) 发生的概率小到可以忽略不计。

(二) 最优反应函数 (BR)

前面我们已经得出了每个竞争者的目标函数,现在我们讨论每个酒店针对其竞争对手的最优决策(即最优反应)。假设 P2 给出其低消费等级的预定限额为 b_{2L} , 那么 P1 会据此决定他的最优反应 $b_{1L}^R(b_{2L})$ 来使其收益最大化。无论是在竞争还是合作的情形下,这些结果都是非常有用的。接下来,我们进一步讨论 $J_i, i=1,2$ 的性质。

引理 1 P_i 的目标函数是 $b_{iL} (i=1,2)$ 的严

格凹函数。

证明 通过 $J_1(b_{1L}, b_{2L})$ 对 b_{1L} 求偏导,化简后得到:

$$\begin{aligned}
 \partial J_1 / \partial b_{1L} = & V_1(b_{1L}, b_{2L}) = \\
 & (r_{1L} + q_{1L}) \left[\int_0^{b_{1L}} \int_{B_{2L}}^{\infty} f_{1L} f_{2L} dx_{2L} dx_{1L} + \bar{F}_{1L}(b_{1L}) \right] \\
 & - (r_{1H} + q_{1H}) \left[\int_0^{b_{1H}} \int_{B_{2H}}^{\infty} f_{1H} f_{2H} dx_{2H} dx_{1H} \right. \\
 & \left. + \bar{F}_{1H}(b_{1H}) \right], \quad (6)
 \end{aligned}$$

其中, $B_{2K} = b_{2K} + (b_{1K} - x_{1K})/u_{2K}$ 。接下来,我们得到 J_1 对 b_{1L} 的二阶偏导为

$$\begin{aligned}
 \partial^2 J_1 / \partial b_{1L}^2 = & \frac{\partial V_1}{\partial b_{1L}} = - \sum_{K=L,H} (r_{1K} + q_{1K}) \\
 & \left[\int_0^{b_{1K}} \frac{1}{u_{1K}} f_{1K} f_{2K}(B_{2K}) dx_{1K} + f_{1K}(b_{1K}) F_{2K}(b_{2K}) \right] \quad (7)
 \end{aligned}$$

很容易得出,对任意的 $b_{1L} \in [0, C_1]$, $\partial^2 J_1 / \partial b_{1L}^2 < 0$ 。同理,我们得出对任意的 $b_{2L} \in [0, C_2]$, $\partial^2 J_2 / \partial b_{2L}^2 < 0$ 。所以, J_i 是 P_i 自身决策变量 $b_{iL}, i=1,2$ 的严格凹函数。

我们定义 $S_{iK} (i=1,2$ 及 $K=L,H)$ 为溢出率(即预定需求被拒绝的情形发生。参考 McGill and Van Ryzin 1999), 我们很容易得出 P_i 的 K 消费等级客户在以下任一情况下,都将发生溢出: (i) $X_{iK} + u_{jK} (X_{jK} - b_{jK}) > b_{iK}$ 且 $X_{iK} \leq b_{iK}$, 或 (ii) $X_{iK} \geq b_{iK}$ 。所以, P_i 的 K 消费等级的溢出率可表示为:

$$S_{iK} = \Pr \{ X_{iK} > b_{iK} \} + \Pr \{ X_{iK} + u_{jK} (X_{jK} - b_{jK}) > b_{iK} \text{ 且 } X_{iK} \leq b_{iK} \}$$

综合这两种情况,我们得出

$$S_{iK} = \int_0^{b_{iK}} \int_{B_{jK}}^{\infty} f_{iK} f_{jK} dx_{jK} dx_{iK} + \bar{F}_{iK}(b_{iK}) \quad (8)$$

其中, $B_{jK} = b_{jK} + (b_{iK} - x_{iK})/u_{jK}, i, j=1,2, K=L,H$ 且 $i \neq j$ 。因此, J_i 的一阶偏导,即, V_i , 可用 S_{iK} 表示为:

$$V_i = (r_{iL} + q_{iL}) S_{iL} - (r_{iH} + q_{iH}) S_{iH}, i=1,2. \quad (9)$$

引理 2 $V_i(b_{1L}, b_{2L}) = 0, i=1,2$, 在坐标系 (b_{1L}, b_{2L}) 中,是一条严格递减曲线。

证明 用 b_{1L} 表示 b_{2L} 的显函数是不可能的。

然而,我们可以通过 $V_i = 0$ 等式两端对 b_{iL} 求导,得出隐性关系,我们记为 b'_i 。我们使用链规则可立即得出

$$b'_i = - \left(\frac{\partial V_i}{\partial b_{iL}} \right) / \left(\frac{\partial V_i}{\partial b_{2L}} \right) < 0$$

由于 $\frac{\partial V_1}{\partial b_{2L}} = - \sum_{k=L,H} u_{2K}(r_{1K} + q_{1K}) \int_0^{b_K} f_{1K} f_{2K} (B_{2K}) dx_{1K} < 0$ 及 $\frac{\partial V_1}{\partial b_{1L}} < 0$, 所以, $V_1 = 0$ 在坐标轴 (b_{1L}, b_{2L}) 中, 是一条严格递减曲线。同理, 我们假设 b'_2 为 $V_2 = 0$ 对 b_{1L} 的导数, 隐性表达式如下:

$$b'_2 = - \left(\frac{\partial V_2}{\partial b_{1L}} \right) / \left(\frac{\partial V_2}{\partial b_{2L}} \right) < 0$$

根据对称性, 我们得出

$$\frac{\partial V_2}{\partial b_{1L}} = - \sum_{k=L,H} u_{1K}(r_{2K} + q_{2K}) \int_0^{b_K} f_{1K} (B_{1K}) f_{2K} dx_{2K} < 0, \text{ 且 } \frac{\partial V_2}{\partial b_{2L}} < 0$$

所以, $V_2 = 0$ 在坐标轴 (b_{1L}, b_{2L}) 中也是一条严格递减的曲线。此引理就此得证。

我们现在解决的问题是: $b_{iL}^R(b_{jL})$ (其中 $b_{jL} \in [0, C_j]$, $i, j = 1, 2$ 且 $i \neq j$) 是否总可以通过解 $V_i = 0$ 得出。根据引理 1, 在给定 b_{jL} 的条件下, 知道 P_i 的目标函数是其自身变量的严格凹函数。然而, 对于给定的 b_{jL} , J_i 函数可能是 b_{iL} 的严格递增函数, 也可能是严格递减函数。所以, 使 J_i 最大化的 b_{iL} 的最优值, 在任一情况下一定存在。仅仅当 J_i 不是 b_{iL} 的单调函数时, b_{iL} 的最优值区间为 $(0, C_i)$ 。这时, P_i 的最优反应可通过解方程 $V_i = 0$ 得出。以下定理给出了最优反应 (BR) 函数的完整形式:

定理 1 P_i 的最优反应 $b_{iL}^R(b_{jL})$ ($i, j = 1, 2$ 且 $i \neq j$) 为

$$b_{iL}^R(b_{jL}) = \begin{cases} b_{iL}^R = 0, & \text{若 } \xi_{jL} \leq b_{jL} \leq C_{jL}; \\ b_{iL}^R = b_{iL}^*, & \text{若 } 0 \leq b_{jL} \leq \xi_{jL}. \end{cases} \quad (10)$$

这里

$$\xi_{jL} = \begin{cases} b_{jL} \text{ 轴与 } V_i = 0 \text{ 的截距,} & \text{若 } V_i = 0 \text{ 与 } b_{jL} \text{ 轴相交;} \\ C_{jL}, & \text{若 } V_i = 0 \text{ 与 } b_{jL} = C_{jL} \text{ 相交;} \\ 0, & \text{若对于任意 } b_{jL} \in [0, C_j], V_i < 0, \end{cases} \quad (11)$$

且 b_{iL}^* 可通过解 $V_i = 0$ 得出。

证明 从式 (8) 我们得到 $S_{iH}(C_i, b_{jL}) = 1$ 。所以, $V_i(C_i, b_{jL}) = (r_{iL} + q_{iL}) S_{iL}(b_{iL}, C_j) - r_{iH} - q_{iH} < 0$, 它表示对任意的 b_{jL} , J_i 在 C_j 容量下, 都不是 b_{iL} 的增函数。然而, J_i 对任意的 b_{iL} 可能是严格递减的凹函数 ($V_i < 0$)。这种情况下, 最优反应 $b_{iL}^R(b_{jL})$ 总是为零 (见图 1 中的方案 (a))。另一方面, 若 $\xi_{jL} > 0$, 图 1 中的方案 (b) 和 (c)。由于在坐标轴 (b_{1L}, b_{2L}) 中, $V_i = 0$ 的严格递减性, 对任意 $b_{jL} \in [0, \xi_{jL}]$, 其最优值可通过解 $V_i = 0$ 获得。换句话说, 对任意的 $b_{jL} \in [0, \xi_{jL}]$, 可把 $V_i = 0$ 曲线作为 P_i 的最优反应曲线。对于 $b_{jL} \in [\xi_{jL}, C_j]$, V_i 总是小于零。因此, 属于这一范围内的任意 b_{jL} 的最优反应也总是小于零。

根据式 (9), 我们知道 V_i ($i = 1, 2$) 可表示为 P_i 两消费等级客户溢出率 S_{iL} 和 S_{iH} 的函数。由于在 P_j 给定的情况下, P_i 的最优反应可通过 V_i 得出, 这说明, 溢出率在决定任意竞争者的最优反应时, 起到非常重要的作用。我们注意到用溢出率来表示任一竞争者的预定限额将更加容易。因为这仅仅需要计算两个概率表达式, S_{iL} 和 S_{iH} , 而不是 4 个概率密度函数, f_{iL}, f_{iH}, f_{2L} , 和 f_{2H} 。

评注 1 参照图 1, 我们可以看出, 在坐标轴 $[b_{iL}, b_{jL}]$ 中 P_i 不是递增的。所以, 在某一竞争者增加其预定限额的情况下, 另一竞争者减少其预定限额将是最优的, 反之亦然。图 1 表明 P_i 最优反应的上限, ξ_{iL}^i , 总是小于 C_i 。(在此图中, δ_{jL}^i 为 b_{jL} - 轴与 P_i 最优反应曲线相交的截距) 因此, 酒店管理层总是设定一个小于其客房容量的预定限额是非常合理的。因为高消费等级的客户被接受的话, 总是会得到更多的利润, 而如果这些客户被拒绝的话, 会带来更多的成本损失。所以, 在高消费等级客户有预定请求的时候, 酒店都应尽量满足他们。

算例 1 在这个例子中, 我们的目的是为了说明酒店 BR 曲线的形状。这里我们假设 $C_1 = 40$ 和 $c_2 = 45$ 分别为酒店 1 和酒店 2 的客房总量。房费 (r_{iK}), 处罚成本 (q_{iK}), 及 P_i ($K = L, H$)

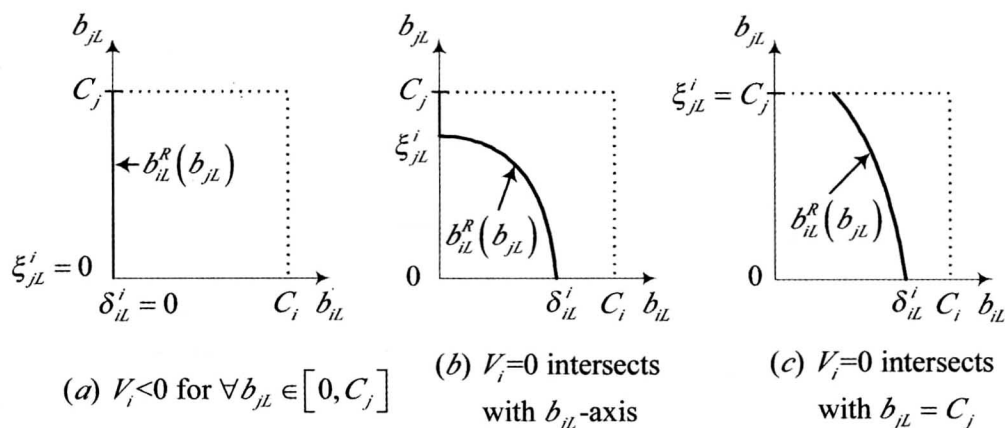


图1 3种情形下的最优反馈曲线

且 $i=1,2$) 的 K 消费等级客户的转移率由表 2 给出。

表2 P1 和 P2 的房价、拒绝成本和转移率

	低价 ($K=L$)			高价 ($K=H$)		
	r_{iL}	q_{iL}	u_{iL}	r_{iH}	q_{iH}	u_{iH}
P1	\$ 99	\$ 30	0.6	\$ 159	\$ 70	0.8
P2	\$ 105	\$ 35	0.7	\$ 165	\$ 75	0.85

X_{iK} 的密度函数为

$$f_{iK}(x_{iK}) = \frac{g_{iK}(x_{iK})}{\int_0^{\infty} g_{iK}(x_{iK}) dx_{iK}}, \quad x_{iK} \geq 0 \quad (12)$$

其中

$$g_{iK}(x_{iK}) = \frac{1}{\sigma_{iK} \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{(x_{iK} - \mu_{iK})^2}{2\sigma_{iK}^2} \right],$$

$i=1,2, K=L,H$ 且 $x_{iK} \geq 0$

是均值为 μ_{iK} 方差为 σ_{iK} 的正态分布。表 3 给出了 μ 和 σ 的一些组合,并给出截断随机变量的均值和方差。此表中的 μ, σ 的所有组合将用于以后的算例。

为了解释定理 1 给出的 3 个不同的 BR 函数,我们分别假设 3 种方案,其中,只变动 μ_{iH} ,其他所有参数都不变。表 4 给出了两个竞争者的每个消费等级客户的预定需求参数 (μ_{iK}, σ_{iK})。

根据定理 1,我们可以得出每种方案下 P1 的最优反馈曲线。按照情形 1 的图 2(a),如果 $\mu_{iH} = 50$,那么, P1 的最优反应总是 $b_{iL} = 0$,这说明 $b_{iH} = C_i = 40$; 即:酒店 1 的每个房间都是留给高消费等级的客户。根据情形 2 中的图 2

表3 左截断正态分布函数的均值和方差

μ	σ	$E(X)$	$Var(X)$	μ	σ	$E(X)$	$Var(X)$
3.75	5	5.7	3.73	15	7.5	15.41	7.06
5	5	6.44	3.97	15	8	15.57	7.43
5	8	8.58	5.77	15	10	16.39	8.79
6.25	8	9.26	6.02	15	20	22.79	14.91
7.5	5	8.19	4.39	25	16	27.00	14.31
12.5	8	13.5	7.1	25	32	37.02	24.07

表4 3种情形下的预定需求的均值和方差

	P1		P2			
	μ_{iL}	σ_{iL}	μ_{iH}	σ_{iH}	μ_{2L}	σ_{2L}
情形 1	25	8	50	5	15	7.5
情形 2	25	8	20	5	15	7.5
情形 3	25	8	5	5	15	7.5

(b),我们得知当 $\mu_{iH} = 20$,中等水平,那么 P1 的 b_{iL} 应在 0 ~ 10 之间。最后,如果 $\mu_{iH} = 5$,很小的数值,情形 3 的图 2(c)表明,无论 P2 怎么选择 b_{2L} ,对于 P1 而言,应保留一些房间(在 8 ~ 32 之间)给低消费客户。

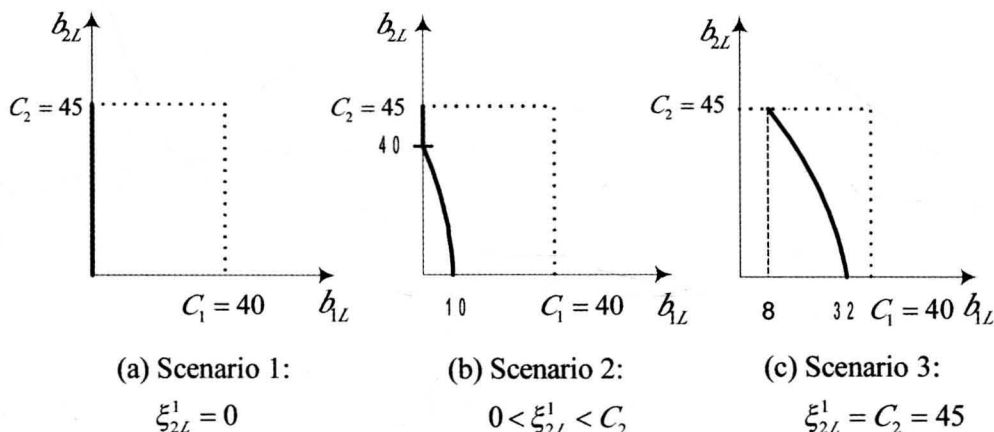


图 2 酒店 1 分别在 3 种情形下的最优反馈 : (a) $\mu_{1H} = 50$; (b) $\mu_{1H} = 20$; (c) $\mu_{1H} = 5$

二、纳什均衡

在竞争情况下,两个竞争者独立作出决策。假设两个竞争者是理性的,那么,他们所选择的策略即为纳什均衡策略。在数学上,纳什策略为一组变量, (b_{1L}^N, b_{2L}^N) 且

$$\begin{aligned} J_1(b_{1L}^N, b_{2L}^N) &\geq J_1(b_{1L}, b_{2L}^N), \text{ 对所有的 } b_{1L} \\ J_2(b_{1L}^N, b_{2L}^N) &\geq J_2(b_{1L}^N, b_{2L}), \text{ 对所有的 } b_{2L} \end{aligned} \quad (13)$$

采用这一策略,会导致所谓的纳什均衡。如果采用 (b_{1L}^N, b_{2L}^N) , 可以确保 P_i ($i = 1, 2$) 至少得到 $J_i(b_{1L}^N, b_{2L}^N)$ 的收益。如果其中一方单方面背离这一策略, P_i 的收益不会超过这一数值。两个竞争者的最优反应曲线可通过定理 1 得出。所以,当且仅当这两个竞争者的最优反

应曲线在坐标系 (b_{1L}, b_{2L}) ($b_{1L} \in [0, C_1]$) 中相交时,纳什均衡解才存在。依据 Nikaido 和 Isora(1953) 给出的纳什均衡,我们可知,如果每个竞争者的目标函数是其决策变量的连续凹函数,那么,此种情况至少存在一个纳什均衡解。这些条件很明显与我们研究的问题相符合(参照引理 1)。所以,为了见证是否存在唯一的纳什均衡解,我们将进一步研究 $V_i = 0$ 的性质。

引理 3 V_1 对 b_{1L} 的导数总是小于 V_2 对 b_{1L} 的导数。

证明 参照引理 2, $V_1 = 0$ 对 b_{1L} 的导数为:

$$b_1' = - \frac{\sum_{K=L,H} (r_{1K} + q_{1K}) \left[\int_0^{b_{2K}} \frac{1}{u_{1K}} f_{1K} f_{2K}(B_{2K}) dx_{1K} + f_{1K}(b_{1K}) F_{2K}(b_{2K}) \right]}{\sum_{K=L,H} u_{2K} (r_{1K} + q_{1K}) \int_0^{b_{2K}} f_{1K} f_{2K}(B_{2K}) dx_{1K}} \quad (14)$$

及 $V_2 = 0$ 对 b_{1L} 的导数为

$$b_2' = - \frac{\sum_{K=L,H} u_{1K} (r_{2K} + q_{2K}) \int_0^{b_{2K}} f_{1K}(B_{1K}) f_{2K} dx_{2K}}{\sum_{K=L,H} (r_{2K} + q_{2K}) \left[\int_0^{b_{2K}} \frac{1}{u_{2K}} f_{1K}(B_{1K}) f_{2K} dx_{2K} + f_{2K}(b_{2K}) F_{1K}(b_{1K}) \right]} \quad (15)$$

其中, $i, j = 1, 2, i \neq j$ 且 $K = L, H$ 。很容易得出 $b_1' < -1$ 及 $b_2' > -1$, 所以, b_1' 总小于 b_2' 。

引理 3 给出了一个非常有用的结论。为了使预期利润最大化, 当 $P2$ 增加一单位的低价房

预定限额时, $P1$ 应该减少 b_{1L} 超过一单位的限额, 反之亦然。另外, 引理 3 的另外一个重要性在于: 它是我们的竞争问题纳什均衡唯一解存在的充分条件。

定理 2 博弈问题存在唯一的纳什均衡, 表达式如下:

$$(b_{1L}^N, b_{2L}^N) = \begin{cases} (0, \delta_{2L}^2), & \text{若 } \xi_{2L}^1 \leq \delta_{2L}^2 \\ (\delta_{1L}^1, 0), & \text{若 } \xi_{2L}^1 > \delta_{2L}^2 \text{ 且 } \delta_{1L}^1 \geq \xi_{1L}^2 \\ (b_{1L}^R, b_{2L}^R), & \text{若 } \xi_{2L}^1 > \delta_{2L}^2 \text{ 且 } \delta_{1L}^1 < \xi_{1L}^2 \end{cases} \quad (16)$$

其中, (b_{1L}^*, b_{2L}^*) 可通过解方程 $V_1(b_{1L}^*, b_{2L}^*) = 0$ 和 $V_2(b_{1L}^*, b_{2L}^*) = 0$ 获得。参考图 3, 我们发现 $\xi_{2L}^1 > \delta_{2L}^2$ 且 $\delta_{1L}^1 < \xi_{1L}^2$ 。

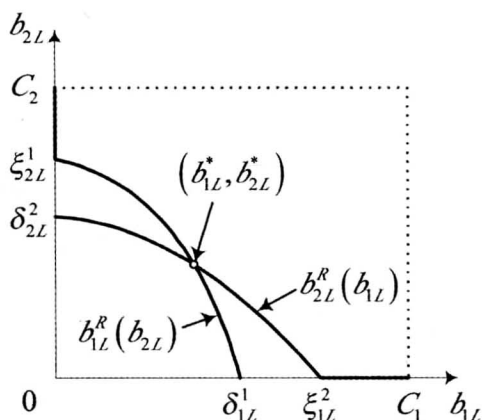


图 3 第三情形下的纳什均衡:

$$\xi_{2L}^1 > \delta_{2L}^2 \text{ 且 } \delta_{1L}^1 < \xi_{1L}^2。$$

证明 从引理 2 及引理 3 可知, 曲线 $V_1 = 0$ 及 $V_2 = 0$ 在坐标系 (b_{1L}, b_{2L}) 中是单调递减的, 且 b_{1L}^1 严格小于 b_{2L}^2 。同样, 可知 $b_{1L}^R = 0$ (垂直线) 对 b_{1L} 的导数是无穷大的 (参照图 1(a)), 及 $b_{2L}^R = 0$ (水平线) 对 b_{1L} 的导数为 0 (参照图 1(b))。所以, P_1 最优反应对 b_{1L} 的导数严格小于 P_2 最优反应函数对 b_{1L} 的导数。此外, 对任意的 $b_{jL} (i, j = 1, 2 \text{ 且 } i \neq j)$ 在 $[0, C_j]$ 范围内, P_i 的最优反应函数是唯一且连续的 (参照引理 1)。因此, 两个竞争者的最优反应曲线, 在坐

标系 (b_{1L}, b_{2L}) 中只相交一次。也就说明, 在此博弈情况下存在唯一的纳什均衡解。

从图 1 可知, 每个竞争者有 3 种不同的最优反应曲线。因此, 我们把两个竞争者的 3 种不同反应曲线分别结合, 可得出 9 种不同的情形。不难看出, 两个竞争者的最优反应曲线或交于 b_{1L} 轴, 或交于第一象限内。这两条曲线相交得到的一对 b_{1L} 和 b_{2L} 值, 就是纳什均衡解, 并由 ξ_{1L}^1 和 δ_{1L}^2 共同决定。(这里注意, 从图 3 可知, 当假设 b_{1L} 为最小值时, ξ_{1L}^1 也是 b_{1L} 的最小值)。例如, 当 $\xi_{2L}^1 > \delta_{2L}^2$ 且 $\delta_{1L}^1 < \xi_{1L}^2$, 曲线 $V_1 = 0$ 和 $V_2 = 0$ 存在唯一的交点 (b_{1L}^*, b_{2L}^*) 。同样, 式 (16) 中的其他所有情况, 可以得出相同的结果。

算例 2 在这里, 我们同样使用表 2 相同的价格、成本及客户转移率。这个例子的目的是为了说明不同情形下的纳什均衡。每个竞争者的 BR 函数可能是定理 1 中 3 种情形的任意一种。在坐标轴 (b_{1L}, b_{2L}) 中, 两竞争者的 BR 曲线相交有 9 种情况。在本例中, 我们仅提出了 3 种, 并说明了纳什均衡一定是定理 2 给出的 3 种情形。

我们使用表 5 给出的 3 种不同 μ 的集合, 并计算纳什均衡解。每种情况下, 纳什均衡解及相应的预期收益概括在表 5 中, 并分别画在图 4 中。第一种情况下 (图 4(a)), 由于两条 BR 曲线交于 $(b_{1L}^N, b_{2L}^N) = (10.46, 0)$, 所以只接受高价房客。同理, 在第二种情况下 (图 4(b)), 两条 BR 交于 $(b_{1L}^N, b_{2L}^N) = (0, 5.22)$ 。在这种情况下, 因为 $\mu_{1L} = 25$ (小数值), 和 $\mu_{1H} = 50$ (大数值), P_1 不会保留任何低价房, 而是把他们全部留给高价房客。最后, 在第三种情况下 (图 4(c)), 两条 BR 曲线交于 $(b_{1L}^N, b_{2L}^N) = (31.14, 10.89)$, 可通过解 $V_1 = 0$ 和 $V_2 = 0$ 的联立方程得出。

表 5 3 种情形下的纳什均衡解和收益

	(μ_{1L}, μ_{1H})	(μ_{2L}, μ_{2H})	(b_{1L}^N, b_{2L}^N)	$(J_1((b_{1L}^N, b_{2L}^N), J_2(b_{1L}^N, b_{2L}^N)))$
第一种情况	(25, 20)	(15, 60)	(10.46, 0)	(4380.44, 5346.97)
第二种情况	(25, 50)	(15, 35)	(0, 5.22)	(4614.30, 5542.15)
第三种情况	(70, 5)	(70, 35)	(31.14, 10.89)	(1261.86, 3169.57)

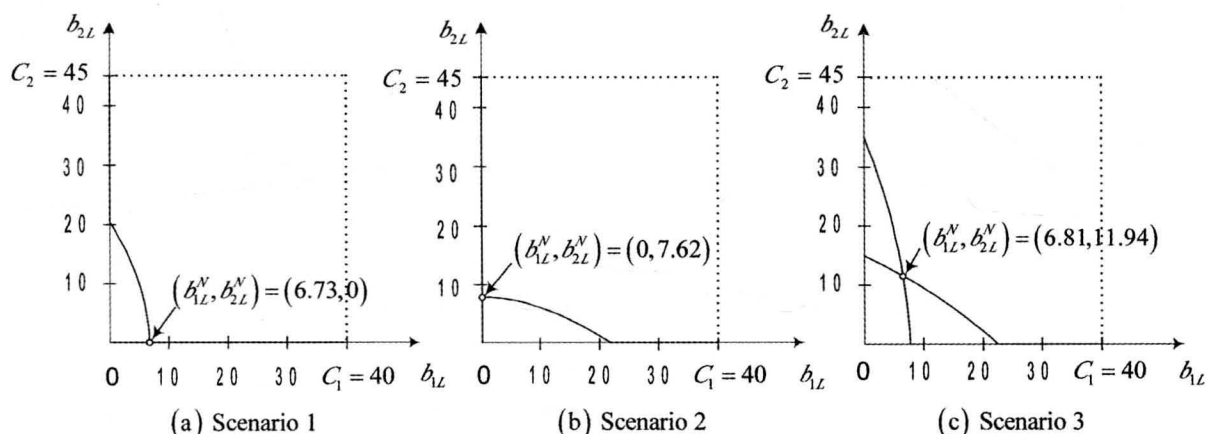


图 4 3 种情形下的纳什均衡算例

三、合作方案

现在,我们讨论两竞争者之间的合作情况。当他们合作时,如果预定需求被对方满足时,此竞争者也不会发生拒绝成本。因此,当其中一个竞争者的预定限额或客房容量已满时,将其满足不了的预定需求转移给对方,可节省其本身的拒绝成本。此外,我们还假设,当这两个竞争者的客房预定限额或客房容量已满时,P1 和 P2 之间没有转移房客,从而节省了转移客户发生的拒绝成本。因为,当把两个竞争者看成一体时,一个客户仅仅会被拒绝一次,所以避免了转移客户造成的二次拒绝的发生。

我们设 J_c 为 P1 和 P2 合作时的联合预期总收益。两竞争者合作时的联合预期总收益不会小于纳什博弈中他们各自的预期收益之和。原因是两个竞争者只有在最糟的情况下才会使用纳什均衡策略。此外,通过前面的分析,当两个竞争者合作时,确实会节约一些发生在竞争情况下的成本。通过这些节约的成本,对两个竞争者而言,可能找出最佳的预定限制组合,使得联合预期总收益大于竞争情况下的预期收益之和。

首先,我们考虑由低价转移房客带来的拒绝成本的节约。有以下 3 种不同的情况:

(1) $x_{1L} \leq b_{1L}, x_{2L} \geq b_{2L}$: 对于 P1, 节约成本为:

$$q_{1L} \max[0, \mu_{2L}(x_{2L} - b_{2L}) - (b_{1L} - x_{1L})]$$

由于当 P1 的客房预定限额已满时,从 P2 到 P1 没有转移房客。而对于 P2 而言,通过 P1 满足的转移房客,不会有处罚成本发生。所以, P2 节约的成本为:

$$q_{2L} \min[\mu_{2L}(x_{2L} - b_{2L}), b_{1L} - x_{1L}]$$

(2) $x_{1L} \geq b_{1L}, x_{2L} \leq b_{2L}$: P1 和 P2 节约的成本分别为:

$$q_{2L} \min[\mu_{1L}(x_{1L} - b_{1L}), b_{2L} - x_{2L}]$$

和

$$q_{2L} \max[0, \mu_{1L}(x_{1L} - b_{1L}) - (b_{2L} - x_{2L})],$$

(3) $x_{1L} \geq b_{1L}, x_{2L} \geq b_{2L}$: 在这种情况下,两竞争者的预定限额都满,他们之间不存在转移房客的发生。因此, P1 和 P2 节约的处罚成本分别为 $\mu_{2L}q_{2L}(x_{2L} - b_{2L})$ 和 $\mu_{1L}q_{2L}(x_{1L} - b_{1L})$ 。

根据 3 种情况下的节约成本,并结合第 1 章中的 4 种情形,我们得出低价房客的预期利润。同理,我们也可以得出高价房客的预期利润。化简后, $P_i (i = 1, 2)$ 的预期利润可表示为:

$$\begin{aligned}
 J_{ci} = & \sum_{K=L,H} \left\{ \int_0^{b_{iK}} \int_0^{b_{jK}} r_{iK} x_{iK} f_{iK} f_{jK} dx_{iK} dx_{jK} \right. \\
 & + \int_0^{b_{iK}} \int_{b_{jK}}^{B_{jK}} r_{iK} [x_{iK} + u_{jK}(x_{jK} - b_{jK})] \\
 & f_{iK} f_{jK} dx_{iK} dx_{jK} \\
 & + \int_0^{b_{iK}} \int_{B_{jK}}^{\infty} r_{iK} b_{iK} f_{iK} f_{jK} dx_{iK} dx_{jK} \\
 & + \int_{b_{iK}}^{B_{iK}} \int_0^{b_{jK}} [r_{iK} b_{iK} + r_{iK}(1 - u_{iK})(x_{iK} - b_{iK})] \\
 & f_{iK} f_{jK} dx_{iK} dx_{jK} \\
 & + \int_{B_{iK}}^{\infty} \int_0^{b_{jK}} [r_{iK} b_{iK} - q_{iK}(x_{iK} + x_{jK} - b_{iK} - b_{jK})] \\
 & f_{iK} f_{jK} dx_{iK} dx_{jK} + \int_{b_{iK}}^{\infty} \int_{b_{jK}}^{\infty} [r_{iK} b_{iK} - q_{iK} \\
 & (x_{iK} - b_{iK})] f_{iK} f_{jK} dx_{iK} dx_{jK} \Big\}
 \end{aligned}$$

其中, $b_{iH} = C_i - b_{iL}$, $B_{jK} = b_{jK} + (b_{jK} - x_{jK}) / \mu_{jK}$ 且 $i, j = 1, 2, i \neq j$ 。两家酒店的联合预期收益之和为:

$$J_e = J_{e1} + J_{e2}$$

合作情况下的最优解, 可通过解以下非线性规划问题求出:

$$\begin{aligned}
 & \max J_e(b_{1L}, b_{2L}), \\
 & \text{Subject to } b_{1L} \leq C_1, b_{2L} \leq C_2 \\
 & b_{1L}, b_{2L} \geq 0.
 \end{aligned}$$

有一点要指出: 要是以上问题的解唯一存在, J_e 是 b_{1L} 和 b_{2L} 的严格凹函数。

引理 4 若 $q_{1K} = q_{2K}$, $r_{1K} = r_{2K}$ 且 $\mu_{1K} = \mu_{2K}$ 其中, $K = L, H$, 那么 J_e 是 b_{1L} 和 B_{2L} 的凹函数。

证明 为了证明 J_e 的凹性, 我们用 Hessian 矩阵来讨论 J_e 的特性

$$\mathbf{H}(b_{1L}, b_{2L}) = \begin{pmatrix} \partial^2 J_e / \partial b_{1L}^2 & \partial^2 J_e / \partial b_{1L} \partial b_{2L} \\ \partial^2 J_e / \partial b_{1L} \partial b_{2L} & \partial^2 J_e / \partial b_{2L}^2 \end{pmatrix}$$

不难看出,

$$\frac{\partial^2 J_e}{\partial b_{1L}^2} = \sum_{K=L,H} \{ (q_{jK} - q_{iK}) f_{iK}(b_{iK}) \bar{F}_{jK}(b_{jK}) +$$

$$\begin{aligned}
 & (r_{jK} - r_{iK}) f_{iK}(b_{iK}) F_{jK}(b_{jK}) \\
 & - (1 - u_{iK}) q_{iK} f_{iK}(b_{iK}) F_{jK}(b_{jK}) \\
 & - \int_0^{b_{jK}} (r_{jK} + u_{iK} q_{iK}) f_{iK}(B_{iK}) f_{jK} dx_{jK} \\
 & - \frac{1}{u_{jK}} \int_0^{b_{iK}} (r_{iK} + q_{jK}) f_{jK}(B_{jK}) f_{jK} dx_{iK} \}
 \end{aligned} \quad (17)$$

及

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial^2 J_e}{\partial b_{1L} \partial b_{2L}} = & - \sum_{K=L,H} \left\{ \int_0^{b_{1K}} (r_{1K} + q_{2K}) \right. \\
 & f_{2K}(B_{2K}) f_{1K} dx_{1K} \\
 & - \int_0^{b_{2K}} [r_{1K} - r_{2K} + (1 - u_{1K}) q_{1K} \\
 & + \frac{(r_{1K} + q_{1K})}{u_{1K}}] f_{1K}(B_{1K}) f_{1K} dx_{2K} \Big\}
 \end{aligned} \quad (18)$$

其中, $i, j = 1, 2$ 且 $i \neq j$ 。若 $q_{1K} = q_{2K}$, $r_{1K} = r_{2K}$ 及 $\mu_{1K} = \mu_{2K}$, 那么

$$\begin{aligned}
 |\mathbf{H}_1| &= \frac{\partial^2 J_e}{\partial b_{1L}^2} = \frac{\partial^2 J_e}{\partial b_{1L} \partial b_{2L}} \leq 0, \text{ 并且} \\
 |\mathbf{H}_2| &= \frac{\partial^2 J_e}{\partial b_{1L}^2} \frac{\partial^2 J_e}{\partial b_{2L}^2} - \left(\frac{\partial^2 J_e}{\partial b_{1L} \partial b_{2L}} \right)^2 = 0
 \end{aligned}$$

这表明, $\mathbf{H}(b_{1L}, b_{2L})$ 是半负定的。因此, J_e 是 b_{1L} 和 b_{2L} 的凹函数。

评注 2 引理 4 中的条件为: $q_{1K} = q_{2K}$, $r_{1K} = r_{2K}$ 且 $\mu_{1K} = \mu_{2K} = 1$, 但我们发现, 这些假设性条件是合理的。首先, 两个竞争者经营“替代”产品, 所以, 这两个竞争者经营的替代性产品的价格差异可以忽略不计, 即 $r_{1K} = r_{2K}$ 。其次, 当把两个竞争者看为一体时, 对于同样的产品所承担的拒绝成本是一样的, 这里表示为: $q_{1K} = q_{2K}$ 。最后, 当一家酒店不能满足房客的预定需求时, 应该尽力说服此房客入住其合作酒店来节约拒绝房客所带来的损失。即便我们放宽假设, 允许同一消费级别的客房的房价和拒绝成本之间存在很小的差异, 且假设转移费用也不同, 大量的实验同样表明 J_e 总是 b_{1L} 和 b_{2L} 的凹函数。参照式 (17), 我们得出, 等式右端前两项的绝对

值比后面所有负数项的绝对值要小。同理可知,在式(18)中, $r_{1k} - r_{2k}$ 的值小到可以忽略不计。把这些项从上述表达式删除时,不难得出:

$$|H_1| = \frac{\partial^2 J_c}{\partial b_{1L}^2} = \frac{\partial^2 J_c}{\partial b_{1L} \partial b_{2L}} < 0 \text{ 且}$$

$$|H_2| = \frac{\partial^2 J_c}{\partial b_{1L}^2} \frac{\partial^2 J_c}{\partial b_{2L}^2} - \left(\frac{\partial^2 J_c}{\partial b_{1L} \partial b_{2L}} \right)^2 \geq 0$$

我们可以利用这种凹性特征根据一阶导数条件得出最优解,其为:

$$\frac{\partial J_c}{\partial b_{iL}} = \sum_{K=L,H} \frac{\partial b_{iK}}{\partial b_{iL}} \{ (x_{jK} + q_{jK}) \bar{F}_{iK}(b_{iK}) F_{jK}(b_{jK}) dx_{iK} - \int_0^{b_{jK}} \int_{b_{iK}}^{\infty} (r_{jK} + u_{iK} q_{iK}) f_{iK} f_{jK}$$

$$dx_{iK} dx_{jK} + (r_{iK} + q_{iK}) \bar{F}_{iK}(b_{iK}) \} = 0$$

算例3 我们仍使用例2相同的参数值及3种情形下表5中相同的 μ 值,来讨论两竞争者的最优预定限额及合作情况下的联合利润。3种情况下的结果已列入表6中。其中, $J_{ci}, i=1,2$ 是合作情况下Pi的预期利润。

把这些结果与纳什策略下的结果相比(参照表5),可以得出,在合作情况下,每个竞争者的预期利润都有所增加。我们发现,在第三种情况下,每个竞争者预期利润的提高超过了50%。这说明,当两个竞争者都给予低价房客比较高的预定限额时,合作是非常有必要的。

表6 3种情形下的合作方案

	(b_{1L}^*, b_{2L}^*)	(J_{c1}^*, J_{c2}^*)	J_c^*
第一种情况	(9.27, 0)	(4920.47, 6642.07)	11562.54
第二种情况	(0, 2.92)	(5301.81, 6322.37)	11624.19
第三种情况	(30.22, 17.19)	(3047.33, 4327.67)	7375

四、结语及展望

在本文中,我们研究了两家酒店及每家酒店的两个不同消费级别的收益管理制度。我们通过博弈论得出两家酒店在竞争与合作情况下的最优理性策略(即预定廉价房的分配限制),并给出了相应的目标函数及分析了其结构的性质。我们分别在竞争条件下分析了博弈的均衡及合作条件下收益提高的程度。

我们的研究对收益管理问题提出了一些重要的观点。第一,我们的博弈模型表明,如果一个成员增加一单位低价房的预定限额,则另一个成员应该始终增加多于一单位低价房的预定限额来最大化预期的利润,反之亦然。其次,在竞争的情况下,我们证明了纳什均衡解的存在性和唯一性,并分别介绍了在不同情况下均衡解的结构。最后,我们证明了,如果两个成员缺乏合作,利润损失会相当大。

本文的讨论可以往几个方向扩展,一个自然延伸应考虑3个或更多的成员的情形。在这种情况下,一种可能性是,分析竞争或合作博弈,其中至少有两个或两个以上的成员合作,他们通过牺牲其他成员的利益来增加他们的预期利润。另一种可能性是,假设他们都采取竞争策略,且这种情况下,像前面所述的一样,所有成员都采用纳什均衡策略。然而,低价房预定的双向转移使该模型的替代结构大大复杂,这使我们怀疑,这将更难证明纳什均衡解的存在性或唯一性。第三种可能是,将考虑不完全信息博弈,例如,被拒绝低价客户的转移概率是未知的。因此,在两个成员之间信息共享的情况下,这将非常有意义。最后,我们也可能考虑,放宽预订客户没有取消预定的假设,及超售的情况。这在实际中是一种很普遍的现象,近年

来相当多的收益管理研究人员对这个问题的不同方面进行了研究。

参考文献:

- [1] Baker, T. K. and Collier, D. A. A Comparative Revenue Analysis of Hotel Yield Management Heuristics. *Decision Sciences*, 1999,30(1).
- [2] Bitran, G. R. and Gilbert, S. M. Managing Hotel Reservations with Uncertain Arrivals. *Operations Research*, 1996,44.
- [3] Bitran, G. R. and Mondschein, S. V. An Application of Yield Management to the Hotel Industry Considering Multiple Day Stays. *Operations Research*, 1995,43(3).
- [4] Bodily, S. and Weatherford, L. Perishable-asset Revenue Management: Generic and Multiple-price Yield Management with Diversion. *Omega*, 1995,23(2).
- [5] Brumelle, S. L., McGill, J. I. et al. Allocation of Airline Seats Between Stochastically Dependent Demands. *Transportation Science*, 1990,24.
- [6] Li, M. Z. F., Zhang, A., and Zhang, Y. Airline Seat Allocation Competition. *International Transactions in Operational Research*, 2008,15.
- [7] Lippman, S. A. and McCardle, K. F. The Competitive Newsboy. *Operations Research*, 1997,45(1).

- [8] McGill, J. I. and van Ryzin, G. J. Revenue Management: Research Overview and Prospects. *Transportation Science*, May 1999,33(2).
- [9] Netessine, S. and Shumsky, R. Introduction to the Theory and Practice of Yield Management. *INFORMS Transactions on Education*, 2002,3(1).
- [10] Netessine, S. and Shumsky, R. A. Revenue Management Games: Horizontal and Vertical Competition. *Management Science*, 2005,51(5).
- [11] Nikaido, H. and Isora, K. Notes on Noncooperative Convex Games. *Pacific Journal of Mathematics*, 1955, (5).
- [12] Parlar, M. Game Theoretic Analysis of the Substitutable Product Inventory Problem with Random Demands. *Naval Research Logistics*, 1988,35.
- [13] Talluri, K. T. and Van Ryzin, G. J. The Theory and Practice of Revenue Management. Kluwer Academic, 2004.
- [14] Weatherford, L. R. Length of Stay Heuristics: Do They Really Make a Difference. *Cornell Hotel and Restaurant Administration Quarterly*, 1995,36(6).
- [15] Wilson, R. B. Nonlinear Pricing. New York: Oxford University Press, 1993.

Hotel Room Allocation with Stochastic Demand: A Revenue Management Game

SONG Jing-pu Mahmut Parlar

Abstract: This paper studies a two-player two-fare-class static single-period hotel revenue management game with complete information. Booking limit policies are investigated in both non-cooperative and cooperative situations. We show the existence of unique Nash equilibrium in the non-cooperative situation. In the cooperative game, we analyze the cost saving of the two players (i.e., hotels) and investigate the concavity of the objective function. For both non-cooperative and cooperative settings, we assume the booking requests to be a truncated normal distribution when the players adopt different strategies. For the cooperative setting we identify conditions which give rise to substantial improvements in the total system revenue. Finally, under each game theoretic setting, we present the managerial implications of our solutions along with numerical examples.

Key words: hotel revenue management; game theory; Nash equilibrium; cooperative game